



一种时间欠采样实时频率和二维角估计方法

斯德谊 乐强 沈士团 李景文
(北京航空航天大学 电子工程系)

摘要 提出了用均匀平行线阵和阵元输出信号的时间延迟估计时间欠采样来波频率、方位角和仰角的方法. 该算法在DFT波束空间使用PRO-ESPRIT方法, 实现频率无模糊估计, 完成来波信号频率和角度的估计. 频率间接估计算法是先估计数字频率, 然后用数字频率求模拟频率, 其估计方差比直接估计算法的方差要小几个数量级. 仿真实验表明了算法的有效性.

关键词 频率测量; 测向; 参数估计; 欠采样

分类号 TN 953

Real-Time Frequency and 2-D Angle Estimation Method with Sub-Nyquist Sampling

Si Deyi Le Qiang Shen Shituan Li Jingwen

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Dept. of
Electronic Engineering)

Abstract A method is proposed to estimate real-time frequency and azimuth and elevation angles of arrival with parallel uniform linear arrays and elements output signal delay. The method uses PRO-ESPRIT algorithm in DFT beam-space. It can estimate the frequency and angles with sub-Nyquist sampling. The analog frequency is estimated by general eigenvalue in the direct method. The alias zone of frequency can be determined by the estimation of analog frequency. Then, the digital frequency is estimated, and the analog frequency is calculated by digital frequency in the indirect method. The variance of the frequency estimates of indirect method is more little than that of the direct method. Simulations are presented demonstrating the capabilities of the method.

Key words frequency measurement; orientation; parameter estimation; sub-Nyquist sampling

三维参数估计问题是现代电子战中难度大、技术要求高的前沿研究课题, 而对宽频段(0~1 GHz)内信号频率和角度的估计在阵列信号参数估计中更具挑战性. 对于1 GHz信号, 需要采样速率至少为2 GHz的A/D转换器, 才能满足Nyquist采样速率要求. 在目前现有的技术和设备下, 很难实现. 文献[1]用二维谱估计的方法实现相控阵雷达测速测向, 获得很高的分辨率, 但需要二维的谱峰搜索, 运算量大. 基于延迟技术和前后向稀疏线性预测方法, 文献[2]提出了直接求解两个或两个以上多项式根或对应谱的欠采样信号频率无模糊估计方法. 本文基于均匀平行阵列和阵元延迟的时间欠采样信号进行处理, 在DFT波束空间使用PRO-ESPRIT方法, 精确地提取多个空间目标的频率信息和二维角信息. 提出了频率直

接估计和间接估计算法. 直接估计算法是通过求解矩阵广义特征值估计频率, 而间接估计算法是先求出数字频率, 然后用直接估计算法的频率估值确定来波频率所处的区间, 利用模拟和数字频率之间的关系, 求出模拟频率. 仿真结果表明, 间接估计算法估计方差比直接估计算法的方差小几个数量级.

1 阵列信号模型

考虑空间中两均匀平行线阵, 子阵列1在x轴上, 阵元数M+1, 阵元间距为dx, 坐标分别为(0, 0), (dx, 0), (Mdx, 0); 子阵列2平行于x轴, 两阵列间距为dy, 阵元数为M, 坐标分别为(0, dy), (dx, dy), ((M-1)dx, dy). 信号频率为0~1000MHz, 采样速率Fs为250MHz, 采样时间间隔ts=4ns.

在t时刻, 子阵列1的第m个阵元的输出

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^P A_i \cos(2\pi F_i t + \gamma_{im})$$

$$m = 1, 2, \dots, M + 1$$

其中 F_i 为第i个信号模拟频率; A_i 为第i个信号幅

度; $\gamma_{im} = \frac{2\pi}{\lambda_i} (m-1) d_x \cos \theta_i \sin \phi_i$, λ_i

$d_x \cos \theta_i \sin \phi_i$, λ_i 为第i个信号波长, θ_i 为第i个信号方位角, ϕ_i 为第i个信号仰角; P为信号个数.

第n个时刻的采样值为

$$x_m(n) = x_m(t) |_{t=nT_s} = \sum_{i=1}^P A_i \cos(K_i \gamma_{im} + 2\pi f_i n)$$

$$\text{其中 } K_i = \begin{cases} 1 & F_i \in (0, 125), (250, 375), \\ & (500, 625), (750, 875) \\ -1 & F_i \in (125, 250), (375, 500), \\ & (625, 750), (875, 1000) \end{cases}$$

以保证数字频率 $f_i \in (0, 0.5)$, 将频段分成8个带宽为125MHz的区间, f_i 与 F_i 的关系为

$$F_i = \begin{cases} f_i F_s & F_i \in (0, 125) \\ (1 - f_i) F_s & F_i \in (125, 250) \\ (1 + f_i) F_s & F_i \in (250, 375) \\ (2 - f_i) F_s & F_i \in (375, 500) \\ (2 + f_i) F_s & F_i \in (500, 625) \\ (3 - f_i) F_s & F_i \in (625, 750) \\ (3 + f_i) F_s & F_i \in (750, 875) \\ (4 - f_i) F_s & F_i \in (875, 1000) \end{cases}$$

(1)

子阵第 m 个阵元经延时器 τ 的输出采样后,

$$y_m(n) = \sum_{i=1}^P A_i \cos(K_i \gamma_{im} - K_i 2\pi F_i \tau + 2\pi f_i n)$$

将 $x_m(n)$, $y_m(n)$, $m=1, 2, M$ 作 N 点(N 为2的整数幂)的离散傅氏变换DFT, 在正频率轴上

$$X_m(K) = \sum_{i=1}^P \frac{A_i}{2} e^{jK_i \gamma_{im}} g\left(f_i - \frac{K}{N}\right)$$

$$Y_m(K) = \sum_{i=1}^P \frac{A_i}{2} e^{jK_i \gamma_{im}} e^{-jK_i 2\pi F_i \tau} g\left(f_i - \frac{K}{N}\right)$$

$$g(f) = e^{-j\pi(N-1)f} \frac{\sin(N\pi f)}{\sin(\pi f)}$$

$$K = 1, \dots, N$$

考虑处于某一峰值 K_0 周围的 L 个频率点, $L=2R+1$, R 为正整数, 构成 L 维列向量:

$$X_m = \sum_{i=1}^q \frac{A_i}{2} e^{jK_i \gamma_{im}} d(f_i)$$

$$Y_m = \sum_{i=1}^q \frac{A_i}{2} e^{jK_i \gamma_{im}} e^{-jK_i 2\pi F_i \tau} d(f_i)$$

$$d(f_i) = [\delta_{i1} \quad \delta_{i2} \quad \dots \quad \delta_{iL}]^T$$

$$\delta_{ij} = g\left(f_i - \frac{K_0 - (R+1-j)}{N}\right)$$

其中 $j=1, L; i=1, q; q \leq P$, q 表示在数字频率 K_0/N 附近产生峰值作出贡献的信号源的数目.

在DFT波束空间构造数据矩阵

$$X = [X_1, X_2, \dots, X_M] \in C^{L \times M}$$

$$Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_M] \in C^{L \times M}$$

则 $X=AS$, $Y=A\Phi_1 S$, 其中 A 为 $L \times q$ 矩阵. 其第 j 行第 i 列元素为 $(A_i/2) \delta_{ij}$; S 为 $q \times M$ 矩阵, 其 j 行 m 列元素为

$$\Phi_1 = \text{diag}(e^{-j2\pi K_1 F_1 \tau}, \dots, e^{-j2\pi K_q F_q \tau})$$

1.1 频率估计的直接算法

将 X 作SVD分解, 则 $X = U_x G_x V_x^H$. 由于 Y 和 X 具有同一行空间和列空间, 故

$Y = U_x U_x^H Y V_x V_x^H$, 其中 U_x 为 $L \times q$ 的部分酉阵, G_x 为 q 维对角阵.

$$Y - \lambda X = A(\Phi_1 - \lambda I)S = U_x G_x (G_x^{-1} U_x^H Y X^H U_x G_x^{-1} - \lambda I) V_x^H$$

可见 Φ_1 对角元素可由矩阵对 (X, Y) 的广义特征值求出, 即等于 $G_x^{-1} U_x^H Y X^H U_x G_x^{-1}$ 的特征值.

1.2 频率估计的间接算法

先求解数字频率 f_i , 再由 f_i 与 F_i 的关系求解 F_i , 可推得数字频率为 [3]

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \arg(d^{(1)}(f_i) B^* W d(f_i))$$

其中 W 为 $L \times L$ 维矩阵, 其对角线元素为 $1 - 1/L$, 其余元素为 $-1/L$;

$$B = \text{diag}\left(e^{-j2\pi \frac{K_0 - R}{N}}, \dots, e^{-j2\pi \frac{K_0}{N}}, \dots, e^{-j2\pi \frac{K_0 + R}{N}}\right)$$

$$U_x = [d(f_1), \dots, d(f_q)]$$

$$\text{由于 } T = [U_{x,1}, \dots, U_{x,q}]$$

T 为表出矩阵. 数字频率为

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \arg(U_{x,i}^H B^* W U_{x,i})$$

$\arg(e^{-jK_i 2\pi F_i \tau})$ 与 F_i 的关系如图 1 所示, 由 $\arg(e^{-jK_i 2\pi F_i \tau})$ 可知 F_i 所处区间. 例如, 当

$(\pi/2) < \left| \arg(e^{-jK_i 2\pi F_i \tau}) \right| < (5/8)\pi$, 表示 F_i 在 (500MHz, 625MHz) 区间. 再由式 (1) 求得 F_i .

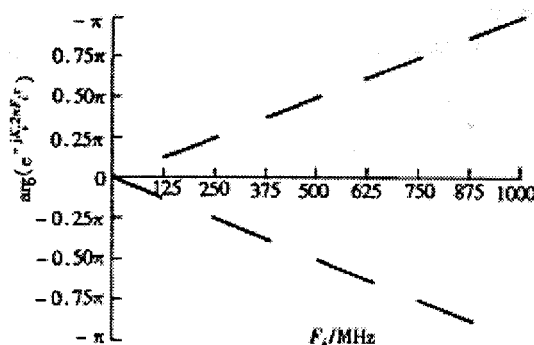


图1 $\arg e^{-jK_i 2\pi F_i \tau}$ 与 F_i 的关系图

1.3 角度的估计

仿效频率估计的直接算法, 将子阵列2与子阵列1的前M个阵元作N点的DFT, 同样也形成 $L \times M$ 的矩阵Z和E:

$$Z = A \Phi_2 S$$

$$E = A \Phi_3 S$$

其中

$$\Phi_2 = \text{diag} \left(e^{j \frac{2\pi}{\lambda_1} d_x K_1 \cos \theta_1 \sin \varphi_1}, \dots, e^{j \frac{2\pi}{\lambda_q} d_x K_q \cos \theta_q \sin \varphi_q} \right)$$

$$\Phi_3 = \text{diag} \left(e^{j \frac{2\pi}{\lambda_1} d_y K_1 \sin \theta_1 \sin \varphi_1}, \dots, e^{j \frac{2\pi}{\lambda_q} d_y K_q \sin \theta_q \sin \varphi_q} \right)$$

同理求解矩阵对 (X, Z) 和 (X, E) 的广义特征值, 也就可得出 Φ_2 、 Φ_3 的对角元素.

此外, 当某一信号源频率为 F_i , 其数字频率为 f_i , 另一信号源频率为 $(n-1)F_s + f_i F_s$ 或 $nF_s - f_i F_s$ ($n=1, 2, 3, 4$) 时, 由于时间欠采样, 该两个信号源的数字频率相同, 数据矩阵 X 、 Y 的秩不等于信号源的数目, 该算法不能分辨这两个信号. 这相当于在DFT波束空间相干信号情况, 可用轮流双采样方法解决.

2 计算机仿真

对该方法进行大量的计算机仿真, 如下所给例子参数为 $d_x = d_y = 0.15\text{m}$, 阵元数 $M=8$, 目标个数 $P=2$, FFT点数 $N=128$, 目标1 (560MHz, 30° , 60°), 目标2 (590MHz, 50° , 20°), 延迟时间 $\tau = 0.5\text{ns}$. 仿真实验的均方根误差定义为

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\frac{1}{500} \sum_{t=1}^{500} [(\hat{\theta}_i - \theta_i)^2 + (\hat{\varphi}_i - \varphi_i)^2]}$$

$i = 1, 2, \dots, P$

采用直接估计算法或间接估计算法估计信号频率, 其估计方差与信噪比的关系见图2. 从图中可见两个目标的估计方差十分接近, 间接估计算法频率估计方差比直接估计算法约小4个量级. 来波方向估计均方根误差与信噪比关系见图3.

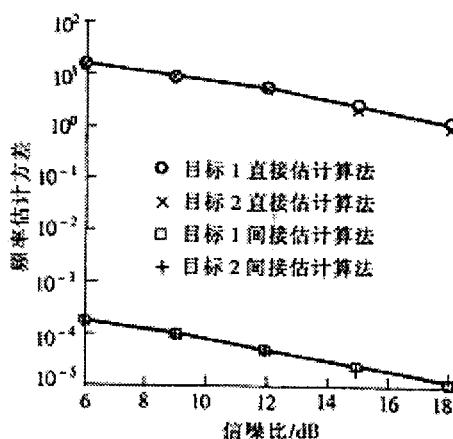


图2 来波频率估计方差与信噪比的关系

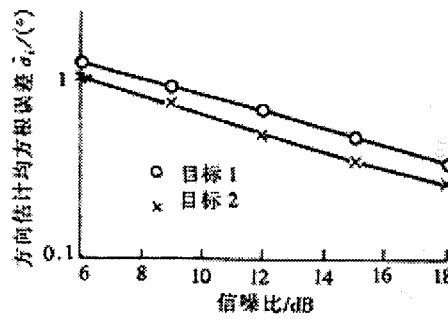


图3 来波方向估计均方根误差与信噪比关系

3 结论

用平行均匀线阵和阵元输出信号延时, 可实现时间欠采样来波频率和二维角估计. 该方法在DFT波束空间使用PRO-ESPRIT算法, 实现频率无模糊估计, 完成来波信号频率和角度的估计, 具有PRO-ESPRIT算法的良好参数估计性能, 避免了繁重的谱峰搜索, 实时性较强. 模拟频率估计拟采用间接估计法, 以减小其估计方差, 这是以增加计算量为代价. 该方法在电子战测频测向无源接收机中有广阔的应用前景, 但还有许多问题尚待研究, 我们正致力于进一步探索.

第一作者 男 32岁 副教授 100083 北京

1) 国防预研科学基金(96j7.2.4.hk0112)资助项目

参 考 文 献

- 1 何峻湘, 周荫清. 用于测向测速的二维谱估计方法. 电子科学学刊, 1994, 16(5)
- 2 Tufts D W, Ge H Y. Digital estimation of frequencies of sinusoids from wide band under sampled data. Proc ICASSP, Detroit, MI, USA: IEEE, 1995, 3155~3158
- 3 Zoltowski M D, Mathews C P. Real-time frequency and 2-D angle estimation with sub-Nyquist spatio-temporal sampling. IEEE TRANS ON SP, 1994, 42:2781~2794

收稿日期: 1997-07-17